



SB-3304

M. Com. (Part - I) Examination
March / April - 2011
Advanced Statistics Paper - I
(Old Course)

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of signs on your answer book.

Name of the Examination :
M. Com. (Part-1)

Name of the Subject :
Advanced Statistics Paper - I

Subject Code No. : 3 3 0 4 Section No. (1, 2,.....): Nil

Seat No. :

Student's Signature

(૨) પ્રશ્ન નં. ૧ ફરજિયાત છે.

(૩) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના ગુણ દર્શાવે છે.

૧ (અ) અનભિનત આગણકની વ્યાખ્યા આપો. જો x_1, x_2, \dots, x_n એ n કદનો યદ્યથ નિદર્શ મધ્યક θ અને વિચરણ σ^2 વાળી સમષ્ટિમાંથી લેવામાં આવ્યો હોય તો સાબિત કરો કે \bar{x} એ θ નો અનભિનત અને સંગત આગણક છે.

(બ) જો $x_j \sim \tau(\theta_j, \lambda_j), j=1, 2, \dots, n$ નિરપેક્ષ ચલો હોય તો સાબિત કરો કે

$$y = \sum_{j=1}^n a_j x_j \sim \tau\left(\sum_{j=1}^n a_j \theta_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j |a_j|\right)$$

અથવા

૧ (અ) જો $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ એ σ^2 વિચરણવાળી સમષ્ટિમાંથી લીધેલ યદ્યથ નિદર્શ હોય અને

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

હોય, તો સાબિત કરો કે s^2 એ σ^2 અનભિનત

આગણક છે.

(બ) સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$, $0 < x < \infty$, $\theta > 0$ ૭
માટે કેમર રાવની વિચરણની નીચલી સીમા મેળવો.

૨ (અ) આંકડાશાસ્ત્રીય તારવણી એટલે શું ? આગણનની રીત અને પરિકલ્પના ૭
પરીક્ષણની રીત વચ્ચેનો મૂળભુત તફાવત સ્પષ્ટ કરો તેમજ

(i) પ્રથમ તેમજ દ્વિતીય પ્રકારની ભૂલ

(ii) પરીક્ષણનું સામર્થ્યની વ્યાખ્યાઓ આપો.

(બ) જો આપેલ આવૃત્તિ વિધેય ૭

$$f(x, \theta) = 1/\theta ; 0 \leq x \leq \theta$$

$$= 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

માટે x ની એકજ નિરીક્ષક કિંમત દ્વારા તમો $H_0: \theta = 1$ વિરૂધ

$H_1: \theta = 2$ નું પરીક્ષણ કરતા હોય તો અંતરાલ $0.5 \leq x$ નું અસ્વીકૃતી

ક્ષેત્ર તરીકે પસંદ કરો તો પ્રથમ અને દ્વિતીય દોષનું કદ કેટલું હશે.

અથવા

૨ (અ) સંગત આગણકની વ્યાખ્યા આપો. આગણન માટેની પ્રઘાતની રીતનું વર્ણન ૭
કરો.

(બ) ધારો કે આપેલ સંભાવના વિતરણ

$$f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, \quad x > 0 ; \theta > 0 \quad \text{માં એકજ અવલોકન ના આધારે,} \quad ૭$$

$H_0: \theta = 2$ વિરૂધ $H_1: \theta = 4$ નું પરીક્ષણ કરવું છે. જો પ્રથમ પ્રકારની

ભૂલની સંભાવના $\alpha = 0.05$ હોય અને જો $x \geq c$ હોય ત્યારે H_0 નો

અસ્વીકાર કરવામાં આવે, તો c ની કિંમત શોધો. આ પરીક્ષણનું સામર્થ્ય

તથા બીજા પ્રકારના ભૂલની સંભાવના શોધો.

૩ (અ) ઋણ દ્વિપદી વિતરણના ગુણધર્મો જણાવો, આ વિતરણનું પ્રઘાતસર્જક ૭
વિધેય મેળવો.

- (બ) જો $u \sim N(0,1)$ તથા $u = \alpha + \beta \log X$ હોય તો X નું વિતરણ મેળવો ૭
જ્યાં α અને β અચલાંકો છે.

OR

- ૩ (અ) ગુરુનિદર્શ માટેના પોયસન વિતરણના પ્રાયલ λ ની $100(1-\alpha)\%$ ૭
વિશ્વસનીય અંતરાલ મેળવો.

- (બ) યદચ્છ ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય ૭

$$f(x, \theta) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|} - \infty < x < \infty$$

હોય તો તેનાં મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

- ૪ (અ) અન્વાયોજનની યોગ્યતા માટેના કોલ્મોગોરોવ-સ્મીરનોવ પરીક્ષણ પર ટૂંક ૬
નોંધ લખો.

- (બ) 25 વ્યક્તિઓનો એક નિદર્શ લઈ તેમને બે વસ્તુઓ Y અને N વિષે ૮
અનુક્રમે ગમાઅણગમાની માહિતી પૂછવામાં આવી. પરિણામોની શ્રેણી Y અને
 N ના ક્રમમાં નીચે મુજબ મળે છે.

YY NNNN YYY N Y NN YNNNNN YYYYY NN

પ્રતિભા યદચ્છ છે તેનું પરીક્ષણ 5%ની સાર્થકતાની કક્ષાઓ કરો.

OR

- ૪ (અ) કેન્ડાલનું T પરીક્ષણ સમજાવો. ૬

- (બ) એક સતત વિતરણમાંથી મેળવેલ 10 અવલોકનો નીચે પ્રમાણે છે. ૮

8.0, 5.4, 5.9, 2.3, 3.6, 7.2, 4.5, 4.4, 3.1, 3.0

જો સમષ્ટિનો મધ્યક μ હોય તો $\alpha = 0.05$ કક્ષાએ વિલ્કોક્ષનના

સંજ્ઞા- ક્રમાંક પરીક્ષણનો ઉપયોગ કરી આપેલ નિદર્શ માહિતીની

આધારે પરિકલ્પના $H_0 : \mu = 3$ વિરુદ્ધ $H_1 : \mu \neq 3$ નું પરીક્ષણ

કરો અને તમારા તારણ જણાવો.

૫ ટૂંકનોંધ લખો : (ગમે તે બે)

૧૪

- (૧) અંતરિત આગણન અને વિશ્વસનીય સીમાઓ
- (૨) લાપ્લાસ વિતરણ
- (૩) પ્રાયલીય અને બિન પ્રાયલીય પરીક્ષણ.

ENGLISH VERSION

Instruction : (1) As per the instruction No. 1 of Page No. 1.
(2) Figures to the right indicate full marks of the question.

- 1 (a) Define unbiased estimator . If x_1, x_2, \dots, x_n is a random sample of size n taken from a population with mean θ and variance σ^2 then prove that sample mean \bar{x} is unbiased and consistent estimator of θ . 7
- (b) If $x_j \sim \tau(\theta_j, \lambda_j), j=1, 2, \dots, n$ are independent variables then prove that 7

$$y = \sum_{j=1}^n a_j x_j \sim \tau\left(\sum_{j=1}^n a_j \theta_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j |a_j|\right)$$

OR

- 1 (a) If $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ is a random sample taken from a population with variance σ^2 and if 7

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

then prove that s^2 is unbiased

estimator of σ^2 .

- (b) Obtain Cramer-Rao lower bound of variance for the probability density function. 7

$$f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}, 0 < x < \infty, \theta > 0.$$

- 2 (a) What is statistical inference ? What is the basic difference between the theory of estimation and the theory of testing of hypothesis? Also define 7

(i) Type- I and type- II error

(ii) Power of the test.

- (b) Given frequency function 7

$$f(x, \theta) = 1/\theta \quad 0 \leq x \leq \theta$$

= 0 elsewhere.

If you are testing a hypothesis $H_0 : \theta = 1$ against

$H_1 : \theta = 2$ by means of single observation on x ,

then what are the size of type-1 and type- 2

errors, if you choose the interval $0.5 \leq x$ as the critical region.

OR

- 2 (a) Define consistent estimator. Explain the method of moments for the estimation of parameter. 7

- (b) For given probability distribution 7

$$f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0 ; \theta > 0, \quad \text{according to one}$$

observation, $H_0 : \theta = 2$ Vs $H_1 : \theta = 4$ is tested. If probability of

type- I error is $\alpha = 0.05$ and if $x \geq c$; for that H_0 is rejected then find value of C, also find power of test and the probability of type- II error.

- 3 (a) State properties of negative binomial distribution. 7
Also obtain moment generating function of this distribution.
- (b) If $u \sim N(0,1)$ and $u = \alpha + \beta \log X$, then obtain 7
distribution of X , where α and β are constants.

OR

- 3 (a) Obtain $100(1-\alpha)\%$ confidence intervals for parameter 7
 λ of Poisson distribution with large samples.
- (b) Find the mean and variance of a probability 7
density function of a random variate X ,

$$f(x, \theta) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|} \quad -\infty < x < \infty.$$

- 4 (a) Write short note on Kolmogoron-Smirnor's test for 6
Goodness of fit.
- (b) Twenty five individuals were sampled as to whether 8
they like or do not like a product indicated by Y
and N respectively, the resulting sample is shown
by the Y and N respectively in the following sequence.
YY NNNN YYY N Y NN YNNNNN YYYYY NN
Test at 5% level whether the responses are random.

OR

- 4 (a) Explain Kendall- T test. 6
- (b) 10 observations are taken from a continuous 8
distribution given below :
8.0, 5.4, 5.9, 2.3, 3.6, 7.2, 4.5, 4.4, 3.1, 3.0
If the population mean is μ , test the hypothesis
 $H_o : \mu = 3$ against $H_1 : \mu \neq 3$ by using.
Wilcoxon sign Rank test at level $\alpha = 0.05$.
Give your conclusion.

5 Write short notes :(any **two**)

14

- (1) Interval estimation and confidential limits
 - (2) Laplace distribution
 - (3) Parametric and non-parametric test.
-